

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
EXAMEN FINAL 2506
22-05-2015

1. Un camión surte una cadena de supermercados desde temprano en la mañana. El tiempo que tarda en salir de un local y llegar a otro local y surtirlo, es una variable aleatoria exponencial con media 30 minutos. En el día surte 40 locales de la cadena de supermercados.
 - (a)Cuál es la probabilidad de que en un día dado tarde más de 15 horas en surtir los 40 locales?
 - (b) Trabaja los 7 días de la semana.Cuál es la probabilidad de que en una semana, en más de un día tarde más de 15 horas en surtir los 40 locales?
 - (c) El conductor, tiene un contrato indefinido (muchos años), contando desde ahora, cuál es la probabilidad de que el último día del mes (30 días) sea el tercer día en que trabaja más de 15 horas para lograr su cometido diario?
2. Suponga que un par de dados balanceados son lanzados y que X es el número de dados en los que se obtiene 1, y Y es el número de dados en los que se obtiene 4, 5, o 6.
 - (a) Construya una tabla que muestre los valores de la distribución de probabilidad conjunta de X y Y .
 - (b) ¿Son X y Y variables aleatorias independientes?
 - (c) Encontrar $v(3X - 4Y + 10)$.
3. Considere la función de densidad $f(x) = \frac{\alpha\beta^\alpha}{x^{\alpha+1}}I_{(\beta,\infty)}(x)$ y $\alpha \neq 1$, $X_1, X_2, \dots, X_n$ una muestra aleatoria de una población con esta función de densidad.
 - (a) Halle $E(X)$, $V(X)$.
 - (b) Halle $F(x)$ y compruebe que $f_{X_{(1)}}(x) = \frac{n\alpha\beta^{n\alpha}}{x^{n\alpha+1}}I_{(\beta,\infty)}(x)$, donde $X_{(1)} = \min\{X_1, X_2; \dots, X_n\}$, $f_{X_{(1)}}(x) = n[1 - F(x)]^{n-1}f(x)$.
 - (c) Suponiendo α constante, halle un estimador por el método de los momentos de β .
 - (d) Muestre que $X_{(1)}$ es un estimador de máxima verosimilitud de β .
 - (e) Basándose en $X_{(1)}$, halle un estimador insesgado de β .

4. En un estudio sobre erosión de tierras se escogieron aleatoriamente 200 terrenos de 10 hectáreas cada uno, en los cuales se había practicado ganadería intensiva en los últimos 20 años y se miró si sufrían de cierto grado grave de erosión. También se escogieron aleatoriamente otros 200 terrenos en los cuales no se había practicado ganadería intensiva. De los 200 con ganadería intensiva, 120 estaban erosionados y de los otros 200, 100 estaban erosionados.
- (a) Se puede decir que el porcentaje de erosión es mayor cuando hay ganadería intensiva?
- (b) Haga una prueba de homogeneidad para contestar la misma pregunta que en (a).
5. Una empresa de servicios públicos desea comparar el consumo de electricidad durante el verano para hogares unifamiliares en los dos condados que atiende. Los datos se muestran en la tabla

Condado I	CondadoII
$n_1 = 21$	$n_2 = 16$
$\bar{x}_1 = \$68$	$\bar{x}_2 = \$91$
$s_1 = \$18$	$s_2 = \$26$

- (a) Es posible que la cuenta promedio en el condado II exceda de \$ 80?
- (b) Habría alguna diferencia entre las varianzas de las cuentas del condado I y el condado II?
- (c) La cuenta mensual promedio podría ser \$20 más alta en el condado II que en el condado I?